Ministère des Enseignements Secondaires
Délégation Régionale du Centre
Inspection Régionale de Pédagogie/Sciences

PROBATOIRE BLANC ESTP
SESSION **: Avril 2025**
ÉPREUVE : **MATHÉMATIQUES**
Spécialité **: AF**
Durée : 3h Coef : 3

L'épreuve comporte deux exercices et un problème répartis sur deux pages.

Exercice 1 : 5 pts

1) Déterminer les racines carrées de $8i$. **1pt**
2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + (2-2i)z - 4i = 0$. **1pt**
3) $A, B\ et\ C$ sont des points du plan complexe d'affixes respectives $z_A = 2i$, $z_B = 1 + 3i$ et $z_C = -2$.
   a) Écrire sous la forme algébrique le quotient $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$. **0,75pt**
   b) En déduire la nature du triangle ABC. **0,25pt**
4) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O;\ \vec{i};\vec{j})$ on considère la conique (C) d'équation $x^2 - y^2 + 4x = 0$.
   a) Déterminer une équation réduite de (C). **0,75pt**
   b) Donner la nature et les éléments caractéristiques de (C) (centre, excentricité, un foyer et une directrice). **1,25pt**

Exercice 2 : 5 pts

Soient (U_n) et (V_n) les suites définies par : $\begin{cases} U_0 = 20 \\ U_{n+1} = 1{,}1U_n + 5 \end{cases}$, $V_n = U_n + 50$

1) Calculer V_1 et V_2. **1pt**
2) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. **1pt**
3) Exprimer V_n, puis V_n la somme en fonction de n. **1pt**
4) Ali cultive les arachides. Il a récolté 20 tonnes en 2024 et a mis des Stratégies pour que à la fin de chaque année sa production augmente de 10% De plus à la fin de chaque année il reçoit de la part d'un GIC un don de 5 tonnes.
   a) Quelle sera sa production en 2027 ? **0,75pt**
   b) À partir de quelle année sa production va dépasser 150 tonnes ? **1,25pt**

Problème : 10 pts

Soit la fonction numérique f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (-x+2)e^{x}$,

(C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (On prendra 1 cm sur les axes).

1- Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$ et préciser une asymptote à C_f. **1pt**

2- Calculer la dérivée f' de f, puis construire le tableau de variation de f. **1,5pt**

3- Déterminer les réels a et b pour que la fonction F définie par

$F(x) = (ax+b)e^{x}$ soit une primitive de f. **1pt**

4- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \geq 0$. **1pt**

5- Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 0$. **0,75pt**

6- Calculer la limite de $\frac{f(x)}{x}$ lorsque x tend vers $+\infty$ et interpréter le résultat obtenu. **0,75pt**

7- Construire la tangente (T), et la courbe (C_f). **1,5pt**

8- Calculer l'aire du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe C_f et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$. **1pt**

9- On considère l'équation différentielle (E): $y'' - 2y' + y = 0$

a) Montrer que f est une solution de (E). **0,75pt**

b) Déterminer toutes les solutions de (E) **0,75pt**