

L'épreuve comporte deux exercices et un problème répartis sur deux pages.

Exercice1 : (4points)

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante : $z^4 - 16 = 0$. 0,5pt
- 2- Soit $z_1 = \sqrt{3} + i$ et $z_2 = -1 + i$.
- a) Calculer les modules et arguments de z_1 et z_2 . 1pt
- b) Calculer $z_1 \times z_2$ et $\frac{z_1}{z_2}$ sous forme exponentielle. 1pt
- 3-a) - Résoudre l'équation différentielle suivante : $y' + 3y = 5$. 0,75pt
- b) -Donner la solution particulière satisfaisant la condition $y(0) = 2$. 0,75pt

Exercice 2 : (5points)

On considère la fonction f définie sur $] -1; +\infty[$ par : $f(x) = \ln(1+x) - \frac{1}{x+1}$

- 1-Calculer les limites de $f(x)$ en -1^+ et en $+\infty$. 0,5pt
- 2-a) -Calculer la dérivée $f'(x)$ de f puis étudier le signe de la dérivée. 1pt
- b) -En déduire le tableau de variation de la fonction f . 0,5pt
- 3-Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution. 0,5pt.
- 4-Déterminer une primitive de $f(x)$ et calculer l'aire sous la courbe entre $x = 0$ et $x = 1$. 1,5pt
- 5-Calculer l'intégrale suivante par un changement de variable : $I = \int_0^1 \ln(1+x) dx$. 1pt

Problème : (11 points)

(Les parties A et B sont indépendantes)

Partie A

Une entreprise de construction étudie la résistance d'un bâtiment face aux conditions météorologiques extrêmes au fil des années. La qualité des matériaux, soumise aux intempéries et à l'usure, est modélisée par la suite (r_n) définie par :

$$\begin{cases} r_0 = 0,8 \\ r_{n+1} = 0,95r_n((1 - r_n)), \text{ si } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$
 où, pour tout entier naturel n , r_n représente le coefficient de résistance des matériaux (compris entre 0 et 1) au début de l'année $2025 + n$.

- 1-Calculer dans ce modèle la résistance des matériaux au début de l'année 2026, puis de l'année 2027. 1pt
- 2-Répondre par Vrai ou Faux en justifiant :
- a) -Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq r_n \leq 1$. 0,5pt

b) - Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq r_{n+1} \leq 0,95r_n$.

0,5pt

3-Déterminer la limite de la suite (r_n) . Que peut-on en conclure sur l'évolution de la résistance du bâtiment à long terme ?

1pt

II- Un opérateur économique cherche à recruter de nouveaux employés pour des postes administratifs. Lors des précédents recrutements, une étude statistique a permis d'établir le tableau suivant, reliant le salaire proposé (en FCFA) et le nombre de candidatures reçues :

Salaire proposé en FCFA	200.000	220.000	240.000	260.000
Nombre de candidatures	10	15	20	25

1-Représenter le nuage de points associé à cette série statistique.

1,5pt

2- a) -Déterminer la droite de régression du nombre de candidatures en fonction du salaire proposé.

1pt

b) -Représenter la droite de régression du nombre de candidatures en fonction du salaire proposé

1pt

3-En déduire une estimation du salaire que doit proposer l'entreprise si elle souhaite recevoir 18 candidatures lors de ce recrutement.

0,5pt

Partie B

On considère l'équation de la conique suivante $4x^2 - 9y^2 + 8x - 18y = 12$

1-a) -Montrer qu'il s'agit d'une hyperbole.

0,5pt

b) -Déterminer son centre, ses asymptotes et ses sommets.

1,5 pt

c) -Déterminer l'équation des tangentes à cette hyperbole aux points où elle coupe l'axe des abscisses.

0,5pt

2-a) -Déterminer l'équation exacte d'une sphère passant par le point $A(2,3,4)$ et de centre $C(1,2,3)$.

0,75pt

b) -Étudier la position relative de cette sphère et du plan $P: 2x - 3y + z = 4$.

0,75pt