Ministère des Enseignements Secondaires
Délégation Régionale du Centre
Inspection Régionale de Pédagogie/Sciences

PROBATOIRE BLANC ESTP
SESSION **: Avril 2025**
ÉPREUVE : **MATHÉMATIQUES**
Spécialité **: AF**
Durée : 3h   Coef : 3

L'épreuve, notée sur 20, comporte deux exercices et un problème répartis sur deux pages.

<u>Exercice 1 :</u> (5,75 points)

1-a) -Résoudre dans IR l'équation $(E): 4x^2 + (2 - 2\sqrt{2})x - \sqrt{2} = 0$. **0,75pt**

b) -En déduire dans $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$ les solutions de l'équation suivante :

$(E_1): 4cos^2\alpha - (2 - 2\sqrt{2})cos\alpha - \sqrt{2} = 0$. **1pt**

2-Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$,on considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = 5\left(cos\frac{\pi}{3} + isin\frac{\pi}{3}\right)$ et $z_B = 5\left(cos\frac{\pi}{6} + isin\frac{\pi}{6}\right)$.

a)-Donner les modules et les arguments de z_A et z_B **1pt**

b)-Représenter z_A et z_B sur le plan complexe. **0,75pt**

c)-Déterminer les arguments de z_A - z_B et $\frac{z_B}{z_A}$ **1pt**

3- On considère le triangle ABO. Soit H est le barycentre des points (A ;5), (B,2) et (O, -3) et les points A' ; B' et O' tel que $A' = Bar\{(B\ ;\ 2), (O\ ;\ -3)\}$, $B' = Bar\{(A; 5), (\ O; -3)\}$ et $O' = \ Bar\{(A; 5), (B; 2)\}$.

a)-Montrer que les droites (AA'), (BB') et (OO') sont concourantes. **0,75pt**

b) Déterminer les affixes du point de concours. **0,5pt**

<u>Exercice 2 :</u> (4,25 points)

Dans un atelier de mécanique, une machine produit des pièces métalliques. Chaque jour, le nombre de pièces produites augmente de façon constante : on produit 5 pièces de plus que la veille. On modélise cette production par la suite (u_n) où u_n est le nombre de pièces produites le n-ième jour, avec $u_0 = 20$.

Cependant, en parallèle, le taux d'usure de la machine augmente de 10 % par jour (par rapport au jour précédent). On modélise cela par la suite (w_n), où w_n est le niveau d'usure en %, avec $w_0 = 5$.

1-a) -Calculer u_1, u_2 et u_3 puis donner la nature de la suite (u_n). **1pt**

b) -Donner l'expression de la suite (u_n) en fonction de n, **0,25pt**

c)- Déterminer en fonction de n la somme S_n des pièces produites en $n + 1$ jours. **0,5pt**

2-a) -Calculer w_1, w_2 et w_3 puis donner la nature de la suite (w_n). **1pt**

b) -Donner l'expression de la suite (w_n) en fonction de n, **0,25pt**

c)-Déterminer en fonction de n la somme T_n des taux d'usure cumulés en $n + 1$ jours. **0,5pt**

3-Le technicien doit faire la maintenance de la machine le jour suivant où la production totale est de 1595 pièces.

a)-Quelle est le jour de la maintenance? **0,5pt**

b)-En déduire le taux d'usure de la machine jour de la maintenance. **0,25pt**

<u>Problème</u> : (10 points)

Partie A:(4 points)

Un chef d'établissement souhaite mener une enquête afin d'analyser les habitudes de lecture de ses élèves. À cet effet, un échantillon de 150 élèves a été retenu pour participer à ce sondage. Les résultats de cette enquête ont été consignés dans un tableau. Toutefois, par inadvertance, le chef d'établissement a effacé une grande partie des données avant d'avoir pu les enregistrer. Le tableau se présente désormais sous la forme incomplète suivante :

Nombre d'heure de lecture (par semaine)	$[0;5[$	$[5;10[$	$[10;15[$	$[15;20[$
Effectifs	45			
Fréquence (%)				10
Effectifs cumulés croissants		102		

1-Compléter le tableau. **1,5pt**

2-Quelle proportion d'élèves consacre moins de 10 heures par semaine à la lecture ? **0,25pt**

3-a) Calculer le nombre moyen d'heures de lecture par semaine. **0,5pt**

b) Calculer l'écart-type du nombre d'heures de lecture par semaine. **0,75pt**

4-Représenter cette série par un diagramme circulaire. **1pt**

Partie B : (6 points)

Soit f la fonction numérique définie sur IR par : $f(x) = \frac{3}{x^2+9}$.

1-a)Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f. **0,25pt**

b) Montrer que la fonction admet une asymptote donc on déterminera l'équation. **0,75pt**

c) Étudier la parité de f . **0,25pt**

2-Montrer que la fonction f est majorée par $\frac{1}{3}$ et minorée par 0. Que pouvez-vous dire cette fonction f ? **0,75pt**

3-a)-Calculer la dérivée f' de la fonction f. **0,5pt**

b)-Étudier les variations de f puis dresser son tableau de variation. **1pt**

4-Montrer que la droite (Δ) d'équation $x = 0$ est axe de symétrie à la courbe (C_f) de f.**0,5pt**

5-Tracer dans un repère $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ la courbe (C_f) de f. **0,75pt**

6-Soit g la restriction de f à $[0;+\infty[$ tel que, pour tout $x \in [0;+\infty[$, $g(x) = f(x)$.

a)-Montrer que g est une application bijective. **0,75pt**

b)-Déterminer la bijection réciproque g^{-1} de g. **0,5pt**