



PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (13 points)

Exercice 1 : 5 points

On considère le polynôme complexe P défini par :

$$P(z) = z^3 + (-6 + 4i)z^2 + (8 - 17i)z + 3 + 15i.$$

1. Montrer que 3 est une racine de P . 0,5pt
2. a) Déterminer les nombres complexes a et b tels que :
 $P(z) = (z - 3)(z^2 + az + b)$. 1pt
- b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + (-3 + 4i)z - 1 - 5i = 0$. 1,5pt
3. On munit le plan complexe d'un repère orthonormé et on y considère le point A d'affixe $z_A = 1 - i$ et (C) l'ensemble des points M d'affixe z de ce plan tels que : $|z - z_A| = \sqrt{5}$.
 - a) Montrer que le point $B(2; -3)$ appartient à (C) . 0,25pt
 - b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (C) . 1pt
 - c) Représenter (C) dans le plan complexe. 0,75pt

Exercice 2 : 3 points

Le tableau suivant donne la masse y en kilogrammes d'un poussin de basse-cour, x semaines après son éclosion.

x (semaines)	1	2	3	4	5
y (kg)	0,21	0,65	1,11	1,55	2

1. Déterminer les coordonnées $(\bar{x}; \bar{y})$ du point moyen G associé à cette série. 0,5pt
2. Déterminer les variances $V(x)$ et $V(y)$ des caractères respectifs x et y . 1pt
3. Déterminer la covariance $Cov(x; y)$ de la série $(x_i; y_i)$. 0,5pt
4. a) Montrer qu'une équation de la droite de régression de y en x est
 $y = 0,448x + 0,227$. 0,5pt
- b) On admet qu'au fil des semaines et avec les conditions favorables d'alimentation, l'âge (x) et la masse (y) d'un poussin vérifient cette équation de la droite de régression.
Est-il possible que ce poussin atteigne 4,30kg après 10 semaines ? 0,5pt

Exercice 3 : 5 points

On considère la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^2 + 2)e^{-\frac{x}{2}}$. (C_f) est la courbe de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$; unité sur les axes : 1cm.

1. a) Déterminer la limite de f en $-\infty$. 0,25pt
- b) Montrer que l'axe des ordonnées est une branche parabolique à (C_f) en $-\infty$. 0,5pt
- c) Montrer que l'axe des abscisses est asymptote à (C_f) en $+\infty$. 0,5pt
2. a) Montrer que $f'(x) = -\frac{1}{2}xe^{-\frac{x}{2}}$ où f' désigne la fonction dérivée première de f . 0,5pt
- b) Donner le sens des variations de f sur $]-\infty; 0]$ et sur $[0; +\infty[$. 0,5pt
3. a) Dresser le tableau des variations de f sur $]-\infty; 0]$. 0,75pt
- b) Construire la courbe représentative de f sur $]-\infty; 0]$. 1pt

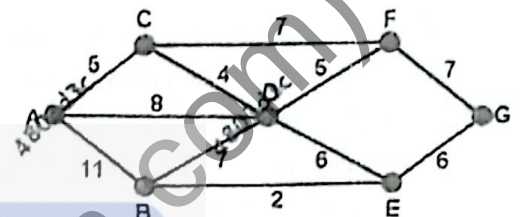
4. Soit D le domaine du plan délimité par l'axe des abscisses, la courbe (C_f) de f et les droites d'équations $x = -2$ et $x = 0$.

- a) Démontrer que la fonction numérique F définie par $F(x) = -2(x+4)e^{-\frac{x}{2}}$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$. 0,5pt
- b) Calculer l'aire en cm^2 du domaine D. 0,5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (7 points)

Situation :

Monsieur PORO est un agriculteur qui rendu en ville, doit quitter l'agence de voyage (A) pour se rendre à la gendarmerie (G) pour dénoncer un vol dans sa plantation. Il souhaite effectuer le moins de kilomètres possibles. Son fils lui dresse le graphe ci-contre, qui schématise les différents trajets, en km, reliant les cinq carrefours notés B, C, D, E, F de la ville.



Monsieur PORO voudrait savoir combien de kilogrammes de chocolat il peut produire avec ses 2 tonnes de fèves de cacao séchées et stockées. Son ami ingénieur agroalimentaire lui indique que la quantité de kg de chocolat qu'il peut produire est $Q(2)$ arrondi à l'unité où Q est la solution de l'équation différentielle $y'' - 6y' + 9y = 0$ dont les conditions initiales sont : $y(0) = 4$ et $y'(0) = 15$.

Suite à un malaise, Monsieur PORO consulte un endocrinologue un jour. De ses examens biologiques et cliniques, il ressort que :

- sa glycémie est de 2 g/l ce jour et il est diagnostiqué : diabétique de type 2 ;
- En prenant convenablement son médicament et en respectant scrupuleusement le régime alimentaire prescrit, sa glycémie chaque jour doit être $\frac{23}{27}$ augmentée du tiers de celle du jour précédent ;
- il ne peut guérir de son diabète que s'il parvient à ramener (par son médicament et le régime alimentaire prescrit) sa glycémie à moins de $\frac{23}{18}$.

Tâches :

1. Quel est un des plus courts chemins que Monsieur PORO devra emprunter pour se rendre à la gendarmerie ? 2,25pts
2. Quelle quantité de kg arrondie à l'unité Monsieur PORO peut produire ? 2,25pts
3. Est-il possible que Monsieur PORO guérisse un jour de son diabète ? 2,25pts

Présentation : 0,25pt



Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Baccalauréat
Session : 20
Série/ Spécialité : C/ E
Épreuve : Mathématiques
Durée : 4 h Coefficient : 7/ 6

Partie A : Évaluation des ressources / 13 points

Exercice 1 : 4,5 points

I. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1; -1; 0)$, $B(0; -1; 1)$ et $C(2; 1; 1)$; la plan (P) d'équation $2x + y + 2z - 3 = 0$.

- 1) Démontrer que les points A, B et C déterminent un plan dont on donnera une équation cartésienne. 0,75pt
- 2) Donner l'expression analytique de la réflexion de plan (P) . 0,75pt

II. On considère l'espace vectoriel E de dimension 3, de base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et φ l'endomorphisme de E tel que $\varphi(\vec{i}) = \vec{i} - 2\vec{k}$, $\varphi(\vec{j}) = \vec{j} + 2\vec{k}$ et $\varphi(\vec{k}) = -\vec{i} + 2\vec{k}$. On pose $\vec{e}_1 = \vec{i} + \vec{k}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} - 2\vec{k}$ et $\vec{e}_3 = \vec{j} + 2\vec{k}$.

- 1) Donner la matrice de φ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. 0,5pt
- 2) Démontrer que le noyau de φ est une droite vectorielle de base à déterminer. 0,5pt
- 3) En déduire que l'image de φ est un plan vectoriel de base à déterminer. 0,75pt
- 4) Démontrer que $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ est une base de l'espace vectoriel E . 0,5pt
- 5) Donner la matrice de φ dans la base $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$. 0,75pt

Exercice 2 : 4,5 points

I. Une étude sur la météo d'une ville particulière a établi que dans cette ville chaque jour, il pleut ou il fait beau temps. La probabilité qu'il pleuve le premier jour est $\frac{1}{3}$. S'il fait beau temps un jour, la probabilité qu'il fasse beau temps le lendemain est $\frac{3}{5}$; s'il pleut un jour, la probabilité qu'il pleuve le lendemain est $\frac{2}{5}$.

- 1) Quelle est la probabilité qu'il fasse beau temps le deuxième jour ? 0,5pt
- 2) Quelle est la probabilité qu'il pleuve le troisième jour ? 0,5pt
- 3) On désigne par P_n la probabilité pour qu'il fasse beau temps le $n^{\text{ème}}$ jour.
 - a) Montrer que pour tout entier naturel non nul n , $P_{n+1} = \frac{4}{15}P_n + \frac{1}{3}$. 0,5pt
 - b) Montrer que la suite de terme général $Q_n = P_n - \frac{5}{11}$ est une suite géométrique. 0,5pt
 - c) Exprimer alors P_n en fonction de n . 0,5pt

II. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère la transformation plane S dont l'expression analytique est $\begin{cases} x' = x\sqrt{2} + y\sqrt{6} \\ y' = -x\sqrt{6} + y\sqrt{2} \end{cases}$ et l'ensemble (H) des points $M(x, y)$ tels que $64x^2 - 36y^2 = 576$.

- 1) Donner l'écriture complexe de la transformation plane S . 0,5pt
- 2) Donner la nature et les éléments caractéristiques de la transformation plane S . 0,75pt
- 3) Prouver que (H) est une hyperbole et donner son excentricité. 0,75pt

Exercice 3 : 4 points

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + (x - 1)e^{1-x}$ et $g(x) = 2 - x + e^{x-1}$. On note (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

- 1) Etudier le sens des variations de g et en déduire que pour tout réel x , $g(x) > 0$. 1pt
- 2) Calculer les limites de la fonction f en $-\infty$ et $+\infty$. 0,5pt
- 3) Montrer que pour tout réel x , $f'(x) = g(x)e^{1-x}$, puis dresser le tableau des variations la fonction f . 0,75pt
- 4) Etudier les branches infinies de (C). 0,75pt
- 5) Déterminer les réels a et b pour que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = (ax + b)e^{1-x}$ soit une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction h définie par $h(x) = (x - 1)e^{1-x}$. 0,5pt
- 6) Calculer l'aire en unité d'aire du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 3$. 0,5pt

Partie B : Évaluation des compétences / 7 points

BALO est le promoteur d'une petite et moyenne entreprise (PME) de fabrication de savons. Lors d'une cérémonie organisée par le Gouvernement, cette PME a été primée pour la qualité de ses produits. Cette PME située dans la région du Nord, voudrait faire la promotion de ses produits dans les trois autres aires culturelles et ceci en langues nationales. Elle a donc recruté autant de commerciaux hommes que de commerciaux femmes. Tous les commerciaux recrutés parlent au moins l'une des 3 langues : Ewondo, Douala et Mendjoumba. Quinze commerciaux recrutés parlent l'Ewondo, vingt parlent le Mendjoumba, dix le Douala, huit parlent l'Ewondo et le Mendjoumba, neuf le Douala et le Mendjoumba et sept parlent le Douala et l'Ewondo.

Lors de la fabrication des savons, de nombreux accidents de travail se produisent conduisant à des blessures. LOBA, le médecin de cette PME veut utiliser les résultats d'une étude fiable sur une hormone secrétée lors de la survenue d'une hémorragie. Cette hormone favorise la réabsorption de l'eau par l'organisme après une hémorragie. Cette étude a modélisé le taux de cette hormone en $\mu g/ml$ dans le sang en fonction du temps t en minutes par la fonction φ définie par $\varphi(t) = 5te^{-\frac{3}{5}t} + 1$. LOBA voudrait connaître le taux maximal de cette hormone contenu dans l'organisme humain.

Pour réduire les coûts d'acquisition de la matière première, BALO a acheté un terrain ayant la forme d'un triangle rectangle pour la culture de cette matière première. Les études faites sur ce terrain ont établi que la production minimale de cette matière première est de 7,5 tonnes à l'hectare et les dimensions de ce terrain sont toutes des nombres entiers naturels. Le côté le plus long de ce terrain mesure y hm et les deux autres côtés mesurent respectivement x hm et 6 hm.

Tâches :

- 1) Déterminer le nombre de commerciaux femmes recrutés dans cette PME. 2,25pts
 - 2) Déterminer le taux maximal de cette hormone contenue dans l'organisme humain. 2,25pts
 - 3) Evaluer la production minimale de cette matière première sur le terrain acheté. 2,25pts
- Présentation :** 0,25pt